28.06.1981

Aufgabe

a) Konstruiere ein Dreieck $\triangle ABC$ mit der Seitenlänge $c = |AB| = 9,5$ cm, dem Inkreisradius $\rho = 2$ cm und dem Umkreisradius $r = 5$ cm.
Hinweis: Nenne den Inkreismitelpunkt M, und zeige zunächst, dass $w(AMB) = 90\,° + \frac{1}{2}w(ACB)$ gilt; benutze sodann den Satz über Peripherie- und Zentriwinkel.
b) Beschreibe die Konstruktion.

Lösung

a) $ASBC$ ist Sehnenviereck. Betrachtet man den Kreis $k_1(S;\,|AS|)$, so findet man $w(AMB) = \frac{1}{2}w(ASB)$; daher gilt $w(BSA) + w(ACB) = 180\,°$, und weiter mit $\frac{1}{2}w(BSA) + w(AMB) = 180\,°$ folgt $w(AMB) = 90\,° + \frac{1}{2}w(ACB)$;

b) Konstruktionsbeschreibung:
1. Um einen beliebig aber fest gewählten Punkt O zeichne den Kreis k_0 mit dem gegebenen Radius r. Auf k_0 markiere einen Punkt A.
2. Um A zeichne den Kreis mit dem gegebenen Radius $c = |AB|$; er schneidet k_0 in den Punkten B und B'; dabei sei B derjenige der beiden Schnittpunkte, der von A aus bei positivem Umlauf auf k_0 zuerst erreicht wird.
3. Verbinde A und B und errichte auf AB die Mittelsenkrechte; diese schneidet den Kreisbogen $\widehat{AB}$ im Punkt S.
4. Um S zeichne den Kreis k_1 mit dem Radius $|AS|$.
5. In der von AB erzeugten Halbebene, die S nicht enthält, konstruiere zu AB die Parallele im gegebenen Abstand ρ; die Parallele schneidet k_1 in den Punkten M und M'.
6. Um M (oder um M') zeichne den Kreis k_2 mit dem gegebenen Radius ρ.
7. Zeichne die Verbindungsgerade von M und S; sie schneidet den Kreisbogen $\widehat{BA}$ von k_0 im Punkt C.
8. Verbinde C mit A und B. Dreieck $\triangle ABC$ ist das gesuchte Dreieck.